Міністерство освіти і науки України

Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя

Кафедра конструювання верстатів, інструментів та машин

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до виконання практичної роботи №2

з курсу «Теорія технічних систем»

Тема: Статистичний аналіз точності функціонування технічної системи типу «процес»

для студентів напрямів підготовки

6.050502 «Інженерна механіка»,

6.050503 «Машинобудування»

Тернопіль, 2016

Методичні вказівки розроблені у відповідності з навчальними планами напрямів 6.050502 “Інженерна механіка” та 6.050503 “Машинобудування”, а також робочою програмою дисципліни «Теорія технічних систем»

Методичні вказівки розробили:
к.т.н., асист. Крупа В.В.
к.т.н., проф. Кривий П.Д.

Рецензент:
к.т.н., доц. Сташків М.Я.

Методичні вказівки розглянуті і затверджені на засіданні кафедри конструювання верстатів, інструментів та машин

Протокол № 13 від «11» травня 2016р.

Завідувач. кафедри ВІ ________ д.т.н., проф. Луців І.В.

Методичні вказівки рекомендовані до друку на засіданні методичної комісії факультету інженерії машин, споруд та технологій

Протокол № 2 від « 19 » травня 2016р.

Голова методичної комісії ФМТ ______ к.т.н., доц. Капаціла Ю.Б.

Мета роботи: навчитись здійснювати аналіз точності функціонування технічної системи типу «процес» ймовірністно-статистичним методом

Основні завдання:

1. Для даного статистичного ряду певним технічним процесом визначити його головні статистичні характеристики: середнє значення, дисперсію розсіювання та середньоквадратичне відхилення

2. За одним із критеріїв виявлення грубих похибок (Греббса, Ірвіна, Романовського) виключити із статистичного ряду ті величини, які різко виділяються та заново визначити середнє значення та дисперсію нового статистичного ряду.

3. Здійснити подання дослідних даних. Для цього необхідно:

- знайти розмах варіації (розсіювання);
- визначити кількість інтервалів;
- встановити частоту потрапляння в інтервал;
- визначити середину кожного інтервалу;
- побудувати гістограму розподілу;
- побудувати полігон розподілу.

4. За критерями Колмогорова та Пірсона довести відповідність експериментальних даних нормальному закону розподілу та побудувати криву густини розподілу.

5. Визначити коефіцієнт точності та коефіцієнт зміщення налагодження технічного процесу

6. Встановити імовірний відсоток браку

КОРОТКІ ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

Технічна система (ТС) — це штучно створена сукупність елементів і відношень (зв'язків) між ними, які утворюють цілісну структуру об'єкта, що має властивості, які не зводяться до властивостей елементів і призначена для виконання корисних функцій. ТС складається з елементів (складових частин, що розрізняються властивостями, які виявляються при взаємодії), з'єднаних зв'язками (лініями передачі одиниць або потоків чого-небудь), які вступають у певні відносини (умови і способи реалізації властивостей елементів) між собою та із зовнішнім середовищем, щоб здійснити процес (послідовність дій для зміни або підтримки стану) і виконати функцію ТС (призначення, роль). Існують технічні системи типу «об’єкт» та типу «процес». Технічною системою типу «об’єкт» може бути річ, предмет, механізм, машина тощо. Термін "процес" означає, що щось здійснюється, відбувається, тобто змінюється (перетворюється) в часі. На функціонування технічної системи типу «процес» постійно впливають збурення та певні фактори. Під час дослідження точності функціонування дискретної технічної системи вивчається їхня дія на певний вихідний параметр. В результаті дії збурень цей параметр відхиляється від заданого значення, створюючи певну похибку. Найбільш відомими прикладами вивчення дії випадкових збурень на процес функціонування технологічної системи є дослідження похибки виготовлення великої партії деталей, коли не можна передбачити величину відхилення від заданого параметра для конкретної деталі, що обробляється. Навіть на добре налагодженому верстаті бракована деталь (із параметром, що вийшов за межі допустимих значень), з’являється непередбачувано. Можна тільки визначити ймовірність того, що розмірний параметр деталі не вийде за межі поля допуску. В загальному випадку виникають два типи практичних завдань дослідження технологічних систем.

До завдань першого типу належать такі, в яких на основі статистичних даних оцінюються характеристики закону розподілу випадкової величини та прогнозуються очікувані значення математичного сподівання, середнього квадратичного відхилення та ймовірності появи певних їх значень. Такі задачі трапляються при статистичному аналізі точності технологічного процесу, при визначенні ймовірності безвідмовної роботи технологічної системи упродовж заданого проміжку часу тощо.

До завдань другого типу належить статистична перевірка ймовірності гіпотез, яка передбачає порівняння сукупностей експериментальних даних, що стосуються результатів певних технічних процесів. Такі завдання часто трапляються при перевірці доцільності проведення тих чи інших організаційно-конструкторсько-технологічних заходів, наприклад, ремонту обладнання, введення нових операцій, застосування нових пристроїв чи інструментів. Для їх розв'язання використовуються статистичні критерії узгодження; визначається міра відхилення експериментальних значень від теоретичних; за її допомогою знаходять теоретичний закон розподілу досліджуваної випадкової величини та обчислюють ймовірність прийняття випадковою величиною заданого значення. Точність опису випадкових явищ, що відбуваються при функціонуванні технологічних систем, забезпечується достатньо великою кількістю реалізацій. Ступінь відповідності теоретичного розподілу цим дослідним даним встановлюється шляхом перевірки гіпотези про вид закону розподілу. Визначають міру розходження статистичного розподілу та теоретичного, прийнятого за перевірюваною гіпотезою. Ця міра покладена в основу побудови статистичних критеріїв узгодження.

Точнісний аналіз технічної системи часто застосовують для механічної обробки матеріалів. Під точністю технічної системи для механічної обробки, або просто точністю механічного оброблення, розуміють ступінь відповідності отриманого в процесі оброблення реального розміру заданому, наприклад кресленням чи конструкторською документацією. Вплив факторів збурення призводить до відхилення Δx реального значення розміру x_p від заданого значення $[x]$. Точність технічної системи визначається двома показниками, які характеризують рівень її налагодження та ступінь розсіювання заданого показника. Для оцінки точності обробки необхідно порівняти дисперсію розсіювання реальних параметрів системи із величиною заданого поля розсіювання цих параметрів. Окрім того, слід оцінити положення центра розсіяння відносно середини цього поля допуску, тобто оцінити точність налагодження.

Вся сукупність отриманих експериментальних значень, які підлягають обробці, називається генеральною сукупністю і позначається N. Частина сукупності експериментальних даних, що підлягає вибірковій обробці, називається вибірковою сукупністю і позначається n.

На практиці іноді немає можливості здійснювати обробку результатів всієї сукупності експериментальних даних. Тому проводять вибіркове спостереження.

Завдання вибіркового спостереження – отримати правильну уяву про показники генеральної сукупності на основі вивчення вибіркової сукупності.

Статистичний аналіз точності обробки дає змогу правильно спроектувати технічний процес, здійснити його керування, визначити періодичність підналагоджень обладнання, обрати план технічного контролю виробів, визначити імовірну частку браку тощо.

Визначення статистичних характеристик випадкових величин

Основними статистичними характеристиками випадкових величин є: математичне сподівання, дисперсія розсіювання та середньоквадратичне відхилення.

Математичне сподівання $M(X)$ випадкової величини X характеризує середнє значення, біля якого групуються можливі значення випадкової величини, а дисперсія $D(X)$ характеризує степінь розсіювання (розкидання) цих значень відносно середнього. Для вибіркового спостереження замість математичного сподівання випадкової величини X визначають середнє арифметичне досліджуваних значень випадкової величини:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{k} x_i \cdot m_i}{n} \tag{1}$$

де x_i – значення випадкової величини;

m_i – число появи значення x_i;

$n = \sum_{i=1}^{k} m_i$ – число випробувань (об’єм вибірки)

k – кількість різних значень x_i.

Цю характеристику називають *статистичним середнім*, або *вибірковою середньою*.

При великому числі спостережень середнє арифметичне наближається (збігається за ймовірністю) до математичного сподівання і може бути взяте наближено рівним йому, тобто $\bar{x} \approx M(X)$

При визначенні середнього значення в генеральній сукупності використовується формула:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{k} x_i \cdot m_i}{N} = M(x) \qquad (2)$$

де m_i – частота появи значення x_i в генеральній сукупності;

$N = \sum_{i=1}^{k} m_i$ – загальне число випробувань (обсяг генеральної сукупності).

Якщо ж всі значення $x_1, x_2, \ldots x_N$ різні, то

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{k} x_i}{n} \qquad (3)$$

Середнє арифметичне значення випадкової величини *X* є узагальнюючою величиною, яка характеризує особливості даної сукупності. Вона відображає рівень всієї сукупності в цілому, дає зведену узагальнену характеристику даної досліджуваної ознаки.

Середнє арифметичне значення $\bar{x}$ характеризує всю сукупність в цілому, а не окремі члени цієї сукупності і має сенс тільки по відношенню до якісно однорідної сукупності. Тому не можна обчислювати середнє арифметичне значення, наприклад, викривлення поршневих кілець після обробки їх на різних операціях. Якісно однорідна сукупність може бути складена з поршневих кілець, оброблених на даній операції. Так як середнє арифметичне значення відноситься до даної сукупності, то перенесення його на явища, що виходять за рамки цієї сукупності, ризиковано без спеціального аналізу. Це зауваження поширюється на всі статистичні характеристики, які викладаються нижче.

Дисперсією випадкової величини *X* називається математичне сподівання відхилень *x* від математичного сподівання *M(X)*.

Дисперсія випадкової величини, або статистична дисперсія визначається за формулою

$$D(X)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k}\left(x_i-\overline{x}\right)^2\cdot n_i \qquad (4)$$

тобто середнє арифметичне суми квадратів відхилень спостережуваних значень від їх середнього значення $\overline{x}$.

Якщо всі значення $x_1, x_2, \ldots x_n$ вибірки об'єму n різні, то

$$D(X)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i-\overline{x}\right)^2 \qquad (5)$$

При невеликій вибірці (n≤50) вводиться поправка Бесселя

Поправка Бесселя, названа на честь Фрідріха Бесселя, полягає у використанні *n-1* замість *n* у формулі для дисперсії вибірки і стандартного відхилення вибірки, де *n* є числом спостережень у вибірці. Це виправляє зміщення в оцінці дисперсії вибірки і частково виправляє зміщення в оцінці стандартного відхилення вибірки. Тобто формули (4) та (5) набудуть вигляду, відповідно

$$D(X)=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{k}\left(x_i-\overline{x}\right)^2\cdot n_i \qquad (6)$$

$$D(X)=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i-\overline{x}\right)^2 \qquad (7)$$

Середньоквадратичне відхилення визначається за формулою

$$\sigma(X)=\sqrt{D(X)} \qquad (8)$$

Середнє квадратичне відхилення σ показує, наскільки тісно згруповані можливі значення ознаки близько центру групування $\overline{x}$. Таким чином, середнє квадратичне відхилення є мірою розсіювання, або мірою точності.

Збільшення σ свідчить про більшу розсіяність значень і, отже, про меншу точність.

Оцінка грубих похибок експерименту

Груба похибка – це похибка окремого результату вимірювань (РВ), яке входить в статистичний ряд вимірювань, що за даних умов різко відрізняється від інших РВ цього ряду. Основне джерело їх виникнення – це різкі зміни умов проведення вимірювань або похибка оператора (різка зміна напруги живлення мережі, неправильний відлік по шкалі приладу або його запис).

Груба похибка вимірювання може виникнути в результаті прорахунків дослідника при вимірюванні деталей, неправильного вибору вимірювальних баз, перекосів деталей при вимірюванні, різких поштовхів і ударів під час вимірювання деталей.

Груба похибка обробки може бути наслідком похибки базування деталей при їх обробці, похибок заготовки, які призводять до значних перекосів деталі на позиції обробки, до появи «чорноти» на оброблених деталях через недостатній припуск тощо.

Грубі похибки вимірювання і оброблення нерідко мають вирішальний вплив на оцінку точності технічних процесів і призводять до того, що окремі результати спостережень за своєю величиною значно відрізняються від інших. Якщо технолог переконаний, що такі спостереження є результатом помилки, то ці спостереження не слід враховувати при подальшому аналізі. Якщо ж такої впевненості немає, то для визначення того, чи є такі вимірювання, які різко виділяються, тобто є результатом грубої помилки або випадкового відхилення такого характеру, необхідно використовувати один з нижчеописаних методів виявлення грубих похибок експерименту.

Метод Греббса. Попередньо за експериментальними даними вибірки обчислюють характеристики розподілу: середнє арифметичне значення $\overline{x}$ і середньоквадратичне відхилення $\sigma(X)$. Потім визначають величину квантиля за формулою

$$t_k = \frac{\left| x_i' - \overline{x} \right|}{\sigma(X)}, \tag{9}$$

де x_i' – значення, яке різко виділяється (найбільше чи найменше).

Задавшись відсотком ризику p, при якому груба помилка може бути прийнята за випадкову (при технологічних дослідженнях найчастіше p = 5%), за додатком 1 в залежності від обсягу вибірки *n* знаходять критичне значення t'_k, яке порівнюють з раніше обчислених значенням t_k.

Якщо $t'_k \le t_k$ то значення, яке різко виділяється можна відкинути з експериментальних даних. Після виключення грубої помилки з експериментальних даних слід знову розрахувати уточнені характеристики розподілу і знову аналогічно попередньому перевірити на наявність значень, які різко виділяються.

Метод Ірвіна. Так само, як і в попередньому методі, за даними вибірки визначають характеристики $\bar{x}$ і $\sigma(X)$. Всі експериментальні дані вибірки розташовують порядку зростання або спадання. З отриманого ряду вибирають два найбільших та (або) найменших значення випадкової величини x_n і x_{n+1} і обчислюють величину

$$\lambda_I = \frac{x_{n+1} - x_n}{\sigma(X)} \tag{10}$$

За таблицею (додаток 2) в залежності від обсягу вибірки *n* при рівні значущості α = 0,05 знаходять критичне значення $\lambda_{0,95}$.

Рівень значущості α — це ймовірність того, що прийнята статистична гіпотеза не виявиться правильною, тобто ймовірність помилки при відкиданні правильної гіпотези. Зазвичай береться рівень значущості $\alpha \le 0,05$ або $\alpha \le 0,01$ Якщо α = 0,05, то при 100 перевірках гіпотези про відповідність певному закону розподілу, в 5 % випадків, тобто при п'яти перевірках правильна гіпотеза буде відкинута. Мірою довіри до правильності гіпотези буде ймовірність прийняття правильної гіпотези, яка називається довірчою ймовірністю і визначається як (1-α).

Якщо $\lambda_И \le \lambda_{0,95}$, то оцінюваний результат є випадковим відхиленням і відкидати його не можна. Якщо ж $\lambda_И \ge \lambda_{0,95}$ то найбільше або найменше значення x_{n+1} може бути відкинутим. У цьому випадку після виключення грубої помилки необхідно знову обчислити характеристики розподілу $\bar{x}$ і $\sigma(X)$.

Метод Романовського. При цьому методі на основі отриманих дослідних даних вибірки обчислюють характеристики $\overline{x}$ і $\sigma(X)$, попередньо виключивши з неї значення, які різко виділяються

Потім визначають величину за формулою

$$t_{\beta} = \frac{|x_i' - \overline{x}|}{\sigma} \qquad (11)$$

Допустимі значення t_{β} приведені в додатку 3.

Якщо $t_{\beta} \leq t_{\beta}'$ то x_i' є випадковим відхиленням і його відкидати не можна. Якщо ж $t_{\beta} \geq t_{\beta}'$ то значення x_i', що різко виділяється, є грубою помилкою і має бути виключено з вибірки.

При використанні даного методу після виключення з вибірки значень, які різко виділяються, відсутня необхідність повторного перерахунку характеристик $\overline{x}$ і $\sigma(X)$.

Слід зазначити, що при оцінці грубих похибок вимірювання або оброблення зазначені методи необхідно застосовувати обережно. Якщо результати експерименту мають принципове значення, то доцільно до застосування цих методів з'ясувати причини появи різких відхилень в окремих спостереженнях і знову повторити весь обсяг спостережень, значно доповнивши експериментальні дані новими.

Групування дослідних даних

Для наглядного подання всі виміряні значення розбивають на ряд інтервалів і розставляють в порядку зростання (або в порядку спадання) із зазначенням відповідних кількостей або частот потрапляння в інтервал. Вибір числа інтервалів є важливим етапом при складанні ряду розподілу, так як від цього вибору залежить метод і обсяг обчислювальних робіт, а також ступінь наочності експериментальних даних при побудові графіків розподілу.

При виборі числа інтервалів слід враховувати, що при великій кількості інтервалів картина розподілу спотворюється випадковими зиґзаґами частот, занадто малочисельних при вузьких проміжках. При дуже малому числі інтервалів характерні особливості розподілу згладжуються і затушовуються. З огляду на вищесказане, рекомендується при обсязі вибірки $n<100$ визначати число інтервалів f за формулою

$$f = 1 + 3{,}322 \lg n \qquad (12)$$

а при об'ємі вибірки $n>100$ – за формулою

$$f = 5 \cdot \lg n \qquad (13)$$

Числа інтервалів f, обчислені за формулами зведені в додатку 4.

Ширина інтервалу d тобто різниця між максимальним і мінімальним значенням ознаки всередині інтервалу, визначається за формулою

$$d = \frac{w}{f} \qquad (14)$$

Де $w = x_{\max} - x_{\min}$ – розмах вибірки; $x_{\max}, x_{\min}$ – максимальне і мінімальне значення ознаки у вибірці. Величину d приймають постійною для всіх інтервалів. В іншому випадку при розрахунку характеристик розподілу можуть виникнути труднощі.

Для компенсації похибки вимірювання рекомендується ширину інтервалу приймати приблизно в два рази більше, ніж ціна поділки шкали вимірювального приладу. Однак цю умову не завжди можна реалізувати, оскільки збільшення ширини інтервалу тягне за собою зменшення числа інтервалів що небажано.

Подання дослідних даних

Визначивши кількість, величину і положення інтервалів, необхідно підрахувати частоту і відносну частоту для кожного інтервалу. Частота потрапляння в інтервал m – це кількість дослідних даних, що входять до вибірки, розміри яких потрапили в даний інтервал. Відносна частота потрапляння в інтервал m/n – відношення частоти потрапляння в даний інтервал, до обсягу всієї вибірки.

Для подання дослідних результатів формують таблицю згрупованих даних (табл. 1). З її допомогою можна швидко оцінити точність процесу.

Таблиця 1. Приклад таблиці згрупованих даних

Номер інтерв.	Інтервал	Середина інтервалу	Частота потраплянь в інтервал m_i	Відносна частота потраплянь в інтервал m_i/n	Накопичена частота потраплянь в інтервал N_{m_i}	Накопичена відносна частота потраплянь в інтервал $N_{m_i/n}$
1						
2						
…						
f						

В колонці інтервал вказують межі інтервалів $[a_i; b_i)$, де нижня межа першого інтервалу a_i відповідає мінімальному значенню у вибірки ($a_I = x_{\min}$). Верхня межа першого інтервалу b_I відповідає нижній межі другого інтервалу a_{II}. Вони визначаються з залежності $a_{II} = b_I = x_{\min} + d$ і т.д. Верхня межа останнього інтервалу повинна бути рівною ($b_f = x_{\max}$).

Середина інтервалу визначиться за формулою

$$\bar{x}_i = \frac{a_i + b_i}{2} \tag{15}$$

В колонку «частота потраплянь в інтервал» заносять кількість дослідних даних, які потрапили в інтервал $[a_i; b_i)$, а в колонці «відносна частота потраплянь в інтервал» частоту потраплянь в інтервал ділять на загальну кількість дослідних даних.

В колонці «Сумарна частота потраплянь в інтервал» розраховується накопичена кількість потраплянь в інтервал $N_{m_i} = \sum_{i=1}^{k} m_i$, а в колонці «Сумарна відносна частота потраплянь в інтервал» – накопичена відносна частота потраплянь в інтервал $N_{m_i/n} = \sum_{i=1}^{k} m_i / n$, де k=(1..f).

Подання даних у вигляді гістогарми та полігону розподілу

Статистичний ряд часто оформляється графічно у вигляді гістограми. Гістограма – це спосіб графічного представлення табличних даних, що є діаграмою, яка складається з прямокутників без розривів між ними. Гістограму будують в такий спосіб. По осі абсцис відкладають інтервали, і на кожному з інтервалів, як на основі будується прямокутник, площа якого дорівнює відносній частоті потрапляння значення в даний інтервал. Приклад побудови гістограми за деякими даними поданий на рис. 1. Для побудови гістограми на осі ординат відкладають відносну частоту потрапляння в інтервал, а на осі абсцис – інтервали. Із способу побудови гістограми випливає, що повна площа її дорівнює одиниці.

Полігон частот – один із способів графічного представлення щільності ймовірності випадкової величини, що є ламаною, яка сполучає точки, що відповідають серединним значенням інтервалів і частотам цих інтервалів (рис. 1).

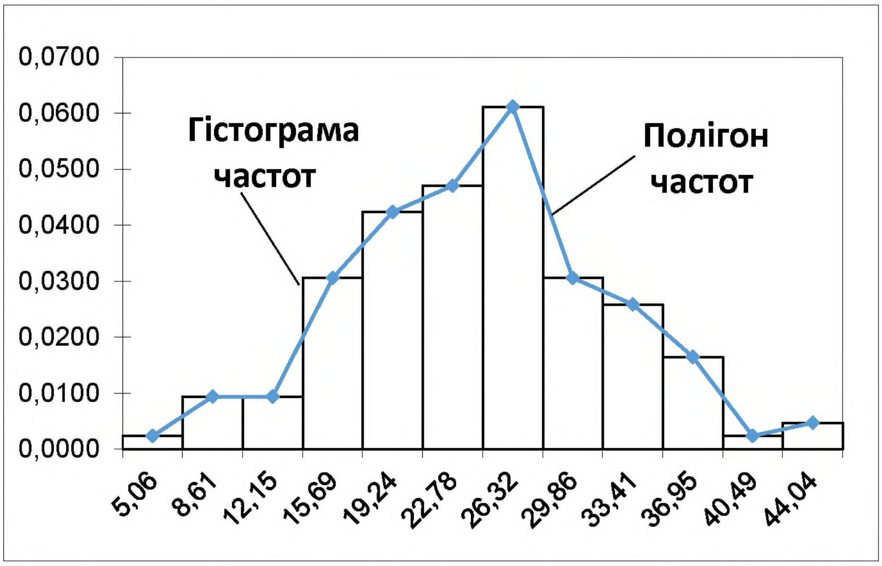


Рис. 1. Приклад побудови полігону та гістограми частот

Очевидно, при збільшенні числа дослідів можна вибирати все більш і більш дрібні розряди; при цьому гістограма та полігон будуть все більше наближатися до деякої кривої, що обмежує площу, рівну одиниці. Ця крива буде графіком щільності (густити) розподілу величини ***X.***

<u>Побудова кривої густини (щільності) розподілу</u>

Задача вирівнювання (згладжування) полягає в тому, щоб підібрати теоретичну плавну криву розподілу, що виражає лише істотні риси статистичного матеріалу, але не випадковості, пов'язані з недостатнім обсягом експериментальних даних. Ця крива, має якнайкраще описувати даний статистичний розподіл.

Задача про найкраще вирівнювання статистичних рядів, як і взагалі задача про найкраще аналітичне представлення емпіричних функцій, є задачею значною мірою невизначеною, і вирішення її залежить від того, що вважати «найкращим». При цьому питання про те, до якої саме функції розподілу слід шукати найкраще наближення, вирішується вже не з математичних міркувань, а з міркувань, пов'язаних з фізикою розв'язуваної задачі, з урахуванням характеру отриманої емпіричної кривої і ступеню точності зроблених спостережень. Аналогічно, при вирішенні задачі вирівнювання статистичних рядів, принциповий вид теоретичної кривої вибирається заздалегідь із міркувань, пов'язаних із суттю задачі, а в деяких випадках просто із зовнішнім виглядом статистичного розподілу.

Більшість випадкових величин, таких, наприклад, як похибки вимірів, похибки гарматних стрільб, похибки оброблення і т. д. можуть бути подані як суми великої кількості малих доданків - елементарних похибок, кожна з яких визначається дією окремої причини, яка не залежить від інших. Яким би законам розподілу не підпорядковувались окремі елементарні похибки, особливості цих розподілів в сумі великої кількості доданків нівелюються і сума підпорядковується закону, що близький до нормального. Це показано у центральній граничній теоремі теорії ймовірностей за формулюванням Ляпунова. Підсумовані похибки в загальній сумі повинні відігравати відносно малу роль. “Універсальність” нормального закону пояснюється тим, що будь-яка випадкова величина, яка є сумою великої кількості окремих числових значень, кожне з яких підпорядковується різним законам розподілу і несуттєво впливає на суму, розподілена майже за нормальним законом.

Нормальний розподіл

Випадкова величина X має нормальний розподіл (розподіл Гаусса), якщо її густина (щільність) розподілу ймовірностей описується виразом:

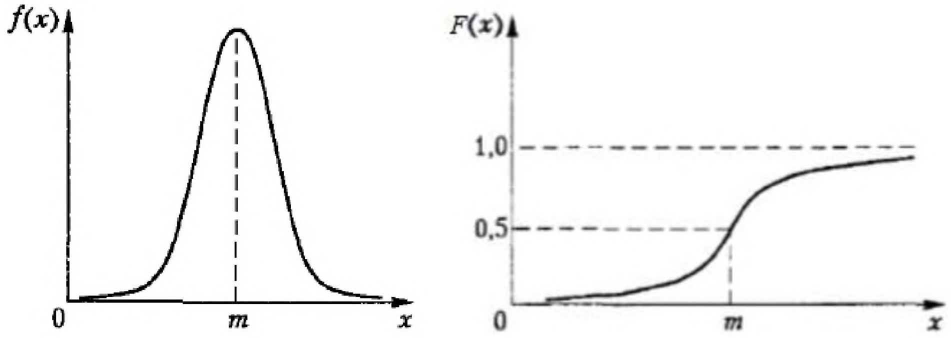
$$f(x)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\cdot e^{-\frac{(x-\overline{x})^2}{2\sigma^2}} \tag{16}$$

Де σ – середнє квадратичне відхилення; $\overline{x}$ – математичне сподівання.

Функція нормально розподіленої величини X має вигляд

$$F(x)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\int e^{-\frac{(x-\overline{x})^2}{2\sigma^2}}dx \tag{17}$$

Графіки функцій густини (щільності) ймовірностей $f(x)$ та розподілу $F(x)$ зображено на рис. 2



а) б)

Рис. 2. Графіки функцій щільності (густини) ймовірностей (а) та розподілу (б) випадкової величини за нормальним законом розподілу

З точки зору теорії ймовірностей, межі нормального закону розподілу лежать на всьому діапазоні дійсних чисел, тобто $(-\infty;\infty)$. Проте при оцінюванні реального процесу користуються правилом «трьох сігм 3σ». Згідно цього правила – практично всі значення нормально розподіленої випадкової величини лежать в інтервалі $[\overline{x}-3\sigma;\overline{x}+3\sigma]$. Точніше не менш, ніж із 99,7% достовірністю, значення нормально розподіленої випадкової величини лежить у вказаному інтервалі.

Побудова кривої нормального розподілу з відомими характеристиками

Важливою умовою визначення характеру отриманого експериментального розподілу є побудова на основі емпіричних даних теоретичної кривої нормального розподілу. Якщо на підставі аналізу умов функціонування технологічного процесу з'ясовано, що ознака якості розподіляється відповідно до закону нормального розподілу, то для того, щоб побудувати криву нормального розподілу на основі експериментальних даних, визначають теоретичну частоту кривої нормального розподілу

$$m_i' = \frac{nd}{\sigma} Z_i \qquad (18)$$

де $Z(t_i) = \frac{1}{2\pi} \cdot e^{-\frac{t^2}{2}}$ – табульована величина, яка може бути знайдена згідно додатку 6 в залежності від значення t.

t – аргумент функції Лапласа, що визначається за формулою:

$$t_i = \frac{x_i - \overline{x}}{\sigma} \qquad (19)$$

Таблиця 2. Приклад розрахункової таблиці

Номер інтерв.	Інтервал		Середина інтервалу	Аргумент функції Лапласа t_i	$Z(t_i)$	Теоретична частота m_i'	Накопичена теоретична частота N'_{m_i}
	від	до					
1							
2							
…							
f							

Крива нормального розподілу будується на тому ж графіку, що і полігон розподілу вибіркової сукупності. У формулі (18) в чисельнику стоїть добуток *nd,* який забезпечує отримання величини m_i' в тому ж масштабі, в якому на графіку відкладені частоти полігону розподілу. Для розрахунку теоретичних частот m_i' складається спеціальна розрахункова таблиця (таблиця 2).

Перевірка гіпотези про узгодженість теоретичного і статистичного розподілу.

Припустимо, що даний статистичний розподіл вирівняний за допомогою деякої теоретичної кривої. Як би добре не була підібрана теоретична крива, між нею і теоретичним розподілом неминучі деякі розбіжності. Виникає питання: чи обумовлені ці розбіжності тільки випадковими обставинами, пов'язаними з обмеженою кількістю спостережень, або вони є істотними і пов'язані з тим, що підібрана нами крива погано вирівнює даний статистичний розподіл. Для відповіді на таке запитання використовують так звані «критерії узгодження».

Критерій Колмогорова-Смірнова

Для перевірки узгодження дослідного розподілу з законом нормального розподілу можна користуватися критерієм згоди Колмогорова-Смірнова.

Сутність цього методу полягає у визначенні критерію згоди Колмогорова-Смірнова λ за формулою

$$\lambda = \frac{\left| N_m - N_m^{'} \right|_{\max}}{n} \cdot \sqrt{n} \qquad (20)$$

де N_m та $N_m^{'}$ – відповідно накопичені експериментальне та теоретичне число потраплянь в інтервал;

Далі, знаючи величину λ, визначають значення ймовірності $P(\lambda)$ (додаток 5).

Якщо в результаті розрахунку виявиться, що значення ймовірності P(λ)>0,05 (0,05 це рівень значущості найбільш часто вживаний в машинобудуванні), то дослідний розподіл підпорядковується закону нормального розподілу. Якщо P(λ)<0,05, то гіпотеза нормальності відкидається, що викликано істотним відхиленням дослідного розподілу від закону нормального розподілу.

Однак цей критерій можна застосовувати тільки в тому випадку, коли передбачуваний розподіл повністю відомо заздалегідь з будь-яких теоретичних міркувань, тощо, а також коли відомий не тільки вид функції розподілу, але і всі вхідні в неї параметри.

Критерій Пірсона

Оцінка відповідності дослідного і теоретичного розподілів проводиться також за допомогою критерію Пірсона χ^2. Критерій χ^2 застосовується в тому випадку, коли перевіряють узгодженість експериментального розподілу не тільки з законом нормального розподілу, а й з іншими. При досить великій кількості спостережень цей критерій є найбільш достовірним, так як він забезпечує мінімальну помилку в прийнятті невірної гіпотези в порівнянні з іншими критеріями. Крім того критерій χ^2 застосовується і в тих випадках, коли параметри закону розподілу невідомі і замінюються відповідними вибірковими характеристиками.

Критерій χ^2 визначають за формулою

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{f} \frac{\left(m_i - m'_i\right)^2}{m'_i} \tag{21}$$

де m_i – експериментальне число потраплянь, що відповідає i-му інтервалу; m'_i – теоретичне число потраплянь, відповідне i-му інтервалу; f – число інтервалів.

Число ступенів свободи

$$k = f - g - 1 \tag{22}$$

де g – число параметрів теоретичної функції розподілу (для функції нормального розподілу g =2).

Згідно додатку 7, знаючи k і χ^2 визначають ймовірність $P(\chi^2)$. Якщо $P(\chi^2)$> 0,05, то гіпотезу відповідності експериментального розподілу цьому закону розподілу визнають правдоподібною. Якщо $P(\chi^2)$<0,05, то гіпотеза відповідності відкидається як неправдоподібна.

При користуванні критерієм згоди χ^2, як було зазначено вище, обсяг вибірки n повинен бути досить великим. Однак досить великою повинна бути і експериментальне число потраплянь m_i, в окремих інтервалах. На практиці рекомендується мати в найменшому інтервалі число потраплянь не менше $m_i \geq 5$ Якщо $m_i < 5$ на декількох інтервалах, то ці інтервали об'єднуються в один з числом потраплянь, що рівне сумі чисел потраплянь об’єднаних інтервалів.

Аналіз точності функціонування технічної системи

На другому етапі статистичного аналізу точності визначають коефіцієнт точності технологічної системи, коефіцієнт зміщення її налагодження та комплексний показник точності. Прийнявши закон розподілу значень оброблених розмірів нормальним (за результатом перевірки за критеріями λ Колмогорова та (або) χ^2 Пірсона), за правилом трьох сігм поле розсіювання визначиться як $w(x) = 6 \cdot \sigma$.

Коефіцієнт точності технологічної системи визначається як відношення поля розсіяння *w(x)* до величини поля допуску на нього *Tx*. За правилом «трьох сігм» формула для його визначення набуде вигляду

$$K_T = \frac{w(x)}{Tx} = \frac{6 \cdot \sigma}{Tx} \tag{23}$$

де *Tx* – значення допуску функціонування системи.

При $K_T \leq 0{,}75$ технологічний процес досить точний; при $K_T = 0{,}76 \ldots 1$ технологічний процес вимагає уважного спостереження; При $K_T > 1$ точність незадовільна.

Коефіцієнт зміщення при налагодженні

$$K_H = \frac{E_H}{Tx} = \frac{\overline{x} - x_0}{Tx} \tag{24}$$

де E_H — похибка налагодження, що є відхиленням центра розсіяння $\overline{x}$ відносно середини поля допуску x_0, тобто $E_H = \overline{x} - x_0$, як це показано на рис. 3.

Для забезпечення функціональної точності повинні виконуватись дві умови:

- коефіцієнт точності K_T<1;

- коефіцієнт зміщення при налагодженні повинен бути менший за своє допустиме значення:

$$E_H < [E] = \frac{Tx - w(x)}{2 \cdot Tx} \tag{25}$$

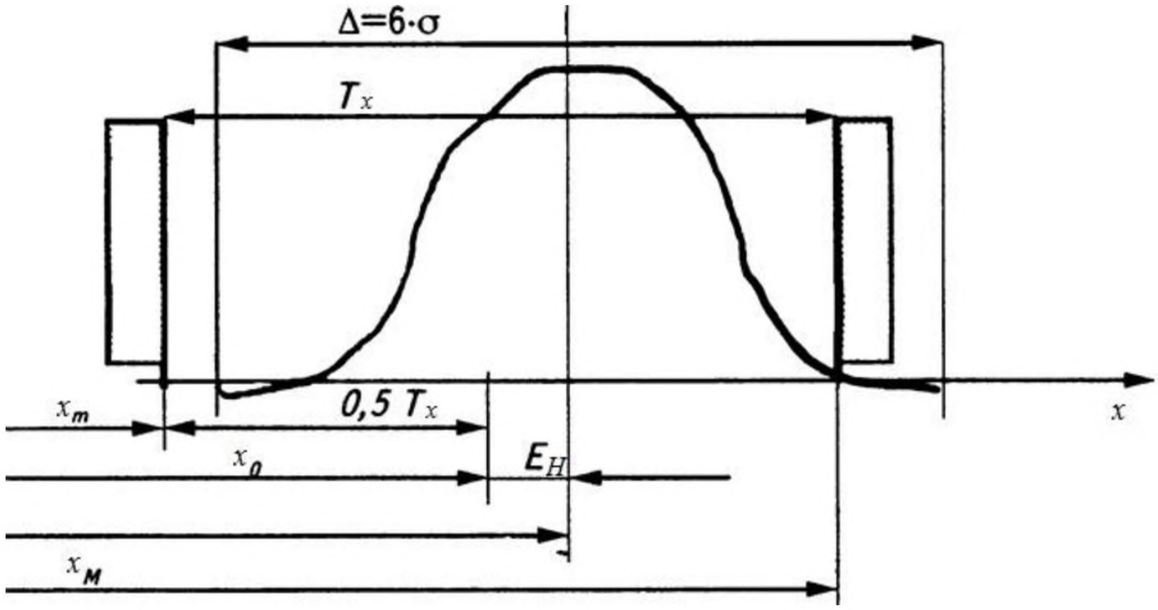


Рис. 3. Розрахункова схема для визначення коефіцієнта функціональної точності та коефіцієнт зміщення при налагоджені технічної системи

Для оцінки точності технологічної системи розроблений комплексний показник. Комплексний показник точності технічної системи враховує відхилення центра групування значень заданої величини (налагоджене значення) від середини поля допуску на нього, віднесене до половини поля розсіяння:

$$K_C = \max \frac{w(x)}{2\left(x_M - \bar{x}\right)};\ \frac{w(x)}{2\left(\bar{x} - x_m\right)} \tag{26}$$

де x_M , x_m — найбільше і найменше допустимі значення технічної системи.

З одного боку, він зіставляє поле допуску з полем розсіяння значень параметра, з іншого — враховує зміщення налагодженого значення відносно середини поля допуску.

Виходячи із визначеного значення K_C, технічні системи можуть бути класифіковані таким чином (табл. 3.).

Таблиця 3. Характеристика точності технологічної системи

Значення коефіцієнта	$K_C > 1{,}5$	$1 < K_C < 1{,}5$	$0{,}75 < K_C < 1$	$0{,}6 < K_C < 0{,}75$	$0{,}5 < K_C < 0{,}6$	$K_C < 0{,}5$
Хар-ка точності	Дуже погана	Погана	Посередня	Середня	Добра	Дуже добра

На третьому етапі статистичного аналізу точності визначають імовірність нестабільності процесу (або кількість браку). Для цього використовується основна властивість кривої нормального розподілу: площа, обмежена кривою і віссю абсцис, відповідає ймовірності, що дорівнює одиниці. Якщо крива виходить за межі поля допуску, то відповідні частини площі кривої визначать ймовірність отримання нестабільного процесу (бракованих деталей із розмірами, що вийшли за ці межі).

Враховуючи, що половина площі, обмеженої кривою нормального розподілу, відповідає ймовірності 0,5, то зручніше окремо визначати ймовірність нестабільності процесу з обох сторін кривої (кількість бракованих деталей із розмірами, меншими від гранично допустимого, та кількість деталей із розмірами, більшими від гранично допустимого). Тоді ймовірність нестабільного процесу (кількість бракованих деталей у відсотках до загальної кількості) визначиться за формулою:

$$Q=\left\{\left[0,5-\frac{1}{2}\Phi(t_2)\right]-\left[0,5-\frac{1}{2}\Phi(t_1)\right]\right\}\cdot 100\%=$$
$$\left\{\left[0,5-\frac{1}{2}\Phi\left(\frac{x_M-\bar{x}}{\sigma}\right)\right]-\left[0,5-\frac{1}{2}\Phi\left(\frac{\bar{x}-x_m}{\sigma}\right)\right]\right\}\cdot 100\% \quad (27)$$

Після закінчення аналізу робиться висновок про функціонування технічної системи та у разі необхідності розробляються методи покращення її функціонування.

<u>Приклад виконання завдання</u>

Внаслідок певного технічного процесу отримано наступні результати

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
	22,8	21,9	16,5	13,2	10,1	13,9	14,3	11,8	16,2	14,7	15,3	19,2	15,4	17,2
№	**15**	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**	**21**	**22**	**23**	**24**	**25**	**26**	**27**	**28**
	16,1	20,2	16,5	20,4	16,7	21,9	16,8	18,4	20,5	14,5	17,7	17,2	17,8	17,8
№	**29**	**30**	**31**	**32**	**33**	**34**	**35**	**36**	**37**	**38**	**39**	**40**	**41**	**42**
	17,8	18,1	18,3	18,6	18,5	12,5	19,1	13,5	19,3	17,8	19,5	19,6	19,8	20,1
№	**43**	**44**	**45**	**46**	**47**	**48**	**49**	**50**	**51**	**52**	**53**	**54**	**55**	
	23,3	20,3	20,4	19,4	16,8	20,8	21,1	21,3	15,3	14,7	15,7	17,5	23,8	

Здійснити повний статистичний аналіз його функціонування

Розв'язання

1. За формулою (3) визначаємо середнє значення:

$$\bar{x} = \frac{22,8+21,9+16,5+13,2+10,1+13,9+14,3+11,8+16,2+14,7+15,3+19,2+15,4+17,2}{55}+$$

$$+\frac{16,1+20,2+16,5+20,4+16,7+21,9+16,8+18,4+20,5+14,5+17,7+17,2+17,8+17,8}{}+$$

$$+\frac{17,8+18,1+18,3+18,6+18,5+12,5+19,1+13,5+19,3+17,8+19,5+19,6+19,8+20,1}{}+$$

$$+\frac{23,3+20,3+20,4+19,4+16,8+20,8+21,1+21,3+15,3+14,7+15,7+17,5+23,8}{}=17,78$$

2. Визначаємо дисперсію розсіювання за формулою (5):

$$D(X) = \frac{1}{55}\left[(22,8-17,78)^2+(21,9-17,78)^2+...+(17,5-17,78)^2+(23,8-17,78)^2\right]=8,734$$

3. Визначаємо середнє квадратичне відхилення за формулою (8)

$$\sigma(X) = \sqrt{D(X)} = \sqrt{8,734} = 2,955$$

4. За одним із трьох критеріїв (Греббса, Ірвіна, Романовського) перевіримо на наявність грубих помилок у вибірці. Використаємо критерій Греббса. Згідно залежності (9) визначимо значення t_k для $x'=10,1$, оскільки воно розміщене найдальше від середнього.

$$t_k = \frac{|10,1 - 17,78|}{2,955} = 2,598$$

За додатком 1 в залежності від обсягу вибірки $n=55$ знаходимо критичне значення $2,956 < t'_k < 3,102$, яке порівнюють з раніше обчислених значенням t_k.

Оскільки отримане значення $t_k \le t'_k$ то значення $x_i = 10,1$ необхідно враховувати у вибірці. Проводити подальшу перевірку, а також перераховувати характеристики розподілу не має змісту.

5. Для величини вибірки n=55 використаємо формулу (12) для визначення числа інтервалів

$$f = 1 + 3,322 \lg 55 = 6,78$$

Приймаємо f=7 інтервалів.

6. Визначаємо ширину інтервалу d, використавши формулу (14):

$$d = \frac{23,8 - 10,1}{7} = 1,957$$

7. Здійснимо подання дослідних даних, сформувавши таблицю. Для цього визначимо:

-межі інтервалів $a_I = 10,1$; $a_{II} = b_I = 10,1 + 1,957 = 12,057$;

$a_{III} = b_{II} = 12,057 + 1,957 = 14,014$; $a_{IV} = b_{III} = 14,014 + 1,957 = 15,971$;

$a_V = b_{IV} = 15,971 + 1,957 = 17,928$; $a_{VI} = b_V = 17,928 + 1,957 = 19,885$

$a_{VII} = b_{VI} = 19,885 + 1,957 = 21,842$ $b_{VII} = 23,8$.

- середини інтервалів визначаємо за формулою (15), $\bar{x}_I = (10,1 + 12,057)/2 = 11,08$; $\bar{x}_{II} = (12,057 + 14,014)/2 = 13,04$;

$\bar{x}_{III} = (14,014 + 15,971)/2 = 14,99$; $\bar{x}_{IV} = (15,971 + 17,928)/2 = 16,95$;

$\bar{x}_V = (17,928 + 19,885)/2 = 18,91$; $\bar{x}_{VI} = (19,885 + 21,842)/2 = 20,86$;

$\bar{x}_{VII} = (21,842 + 23,8)/2 = 22,82$.

Занесемо отримані дані в таблицю 3.

Таблиця 3. Таблиця згрупованих даних

№ інт.	Інтервал	Серед. інтерв.	Частота потраплянь в інтервал m_i	Відносна частота потраплянь в інтервал m_i/n	Накопичена частота потраплянь в інтервал N_{m_i}	Накопичена відносна частота портаплянь в інтервал $N_{m_i/n}$
1	2	3	4	5	6	7
1	10,1-12,06	11,08	2	0,036	2	0,036
2	12,06-14,01	13,04	4	0,073	6	0,109
3	14,01-15,97	14,99	8	0,145	14	0,255
4	15,97-17,93	16,95	15	0,273	29	0,527
5	17,93-19,89	18,91	12	0,218	41	0,745
6	19,89-21,84	20,86	9	0,164	50	0,909
7	21,84-23,80	22,82	5	0,073	55	1,000

8. Побудуємо полігон та гістогарму частот (рис. 4). Для цього на осі абсцис відкладемо інтервали, а на осі ординат – відносну частоту потрапляння в інтервал

Рис. 4. Полігон та гістограма частот випадкової величини X

9. З урахуванням вигляду гістограми, а також базуючись на центральній граничній теоремі теорії ймовірностей за формулюванням Ляпунова припускаємо, що випадкова величини X підкоряється нормальному закону розподілу з раніше отриманими характеристиками $\overline{x}$ та $\sigma(X)$. Підставивши

характеристики розподілу в залежність (16), отримаємо функцію густини розподілу

$$f(x)=\frac{1}{2{,}955\sqrt{2\pi}}\cdot e^{-\frac{(x_i-17{,}78)^2}{2\cdot 2{,}955^2}}=0{,}135\cdot e^{-\frac{(x_i-17{,}78)^2}{17{,}46}}$$

10. Побудуємо отриману функцію густини розподілу. Для цього складемо розрахункову таблицю

Таблиця 4. Розрахункова таблиця теоретичних частот

Номер інтерв.	Інтервал від	Інтервал до	Сер. Інт.	t_i	$Z(t_i)$	Теор. частота m_i'	Накопичена теоретична частота N'_{m_i}	Відносна теоретична частота m_i'/n	$\lvert N'_{m_i}-N_{m_i}\rvert$
1	2		3	4	5	6	7	8	9
1	10,1-12,06		11,08	2,27	0,03034	1,10	1,10	0.020	0,89
2	12,06-14,01		13,04	1,61	0,10915	3,98	5,08	0.072	0,92
3	14,01-15,97		14,99	0,94	0,25647	9,34	14,42	0.169	0,42
4	15,97-17,93		16,95	0,28	0,38361	13,97	28,39	0.254	0,61
5	17,93-19,89		18,91	0,38	0,38115	13,88	42,28	0.252	1,28
6	19,89-21,84		20,86	1,04	0,23230	8,46	50,74	0.153	0,74
7	21,84-23,80		22,82	1,71	0,09246	3,37	54,11	0.061	0,89

Для наглядності накладемо на функцію густини розподілу полігон частот

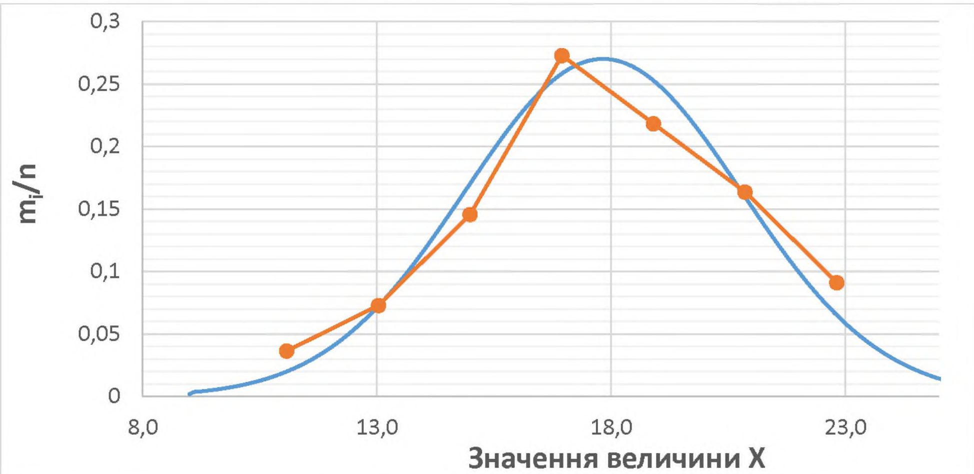


Рис. 5. Крива нормального розподілу та полігон частот

11. Здійснимо перевірку на відповідність отриманих даних нормальному закону розподілу:

- за критерієм Колмогорова-Смірнова, використавши залежність (20). Використавши таблицю 4 (колонка 9) отримаємо:

$$\lambda = \frac{1,28}{55} \cdot \sqrt{55} = 0,173$$

З додатком 5 визначаємо значення ймовірності $P(\lambda)$. *Для* $\lambda=0,173$ значення $P(\lambda) \approx 1 > 0.05$. Таким чином за критерієм Колмогорова даний розподіл можна вважати нормальним.

- за критерієм Пірсона визначаємо значення χ^2 за формулою (21), звівши в таблицю теоретичну та експериментальну частоти потраплянь в інтервал та скоректувавши їх з урахуванням умови $m_i \ge 5$

Таблиця 5. Дані для визначення критерію Пірсона

№ інт.	Інтервал	m_i	m_i після корекції	m_i'	m_i' після корекції
1	2	3	4	5	6
1	10,1-12,06	2		1,11	
2	12,06-14,01	4	6	3,98	5,09
3	14,01-15,97	8	8	9,34	9,34
4	15,97-17,93	15	15	13,97	13,97
5	17,93-19,89	12	12	13,88	13,88
6	19,89-21,84	9	9	8,46	8,46
7	21,84-23,80	5	5	3,37	3,37

$$\chi^2 = \frac{(6-5,09)^2}{6} + \frac{(8-9,34)^2}{9,34} + \frac{(15-13,97)^2}{13,97} + \frac{(12-13,88)^2}{13,88} + \frac{(9-8,46)^2}{8,46} + \frac{(5-3,37)^2}{3,37} = 1,52$$

- Число ступенів свободи визначаємо за формулою (22)

$$k = f^* - g - 1 = 6 - 2 - 1 = 3$$

f^* - кількість скорегованих інтервалів

Отримане значення χ^2 для числа ступенів вільності згідно додатку 7 відповідає $0,7\left[P(\chi^2)=1,424\right] < P(\chi^2)=1,52 < 0,5\left[P(\chi^2)=2,3\right]$, а отже

$P(\chi^2) > 0,05$. Тому за критерієм Пірсона можна вважати отриманий закон розподілу нормальним.

12. Визначаємо коефіцієнт точності за формулою (23)

$$K_T = \frac{w(x)}{Tx} = \frac{6 \cdot 2,956}{10} = 1,773$$

Значення коефіцієнта точності $1,773 > 1$ вказує на те, що точність технічного процесу є незадовільною.

13. За залежністю (24) визначаємо коефіцієнт зміщення при налагодженні

$$K_H = \frac{|\overline{x} - x_0|}{Tx} = \frac{|17,78 - 18|}{10} = 0,022$$

14. Визначаємо комплексний показник точності технологічної системи за залежністю (26):

$$K_C = \max \frac{w}{2\left(x_M - \overline{x}\right)};\ \frac{w}{2\left(\overline{x} - x_m\right)}$$

$$K_{C1} = \frac{6 \cdot 2,955}{2\left(23,8 - 17,78\right)} = 1,472;\ K_{C2} = \frac{6 \cdot 2,955}{2\left(17,78 - 10,1\right)} = 1,154$$

$$K_C = 1,472$$

Значення комплексного показника точності $1 < K_C < 1,5$ свідчить про погану точність процесу, а також можливість появи браку.

15. Ймовірність нестабільної роботи процесу (кількість браку) у відсотках до загальної кількості визначиться за формулою (27):

$$Q = \left\{\left[0,5 - \frac{1}{2}\Phi\left(\frac{23 - 17,78}{2,955}\right)\right] - \left[0,5 - \frac{1}{2}\Phi\left(\frac{17,78 - 13}{2,955}\right)\right]\right\} \cdot 100\% =$$

$$= \left\{\left[0,5 - \frac{1}{2}\Phi\left(1,766\right)\right] - \left[0,5 - \frac{1}{2}\Phi\left(1,617\right)\right]\right\} \cdot 100\% = 9,14\%$$

Значення функції Лапласа $\Phi(t)$ подані в додатку 8

Висновок: Внаслідок аналізу точності встановлено, що дана технічна система потребує удосконалення.

Завдання

При функціонуванні технологічного процесу отримано наступні дані (табл. 6,7). Здійснити ймовірністно-статистичний аналіз його точності та встановити необхідність переналогоджування.

Таблиця 6. Варіанти завдань

№ вар.	**1.**	**2.**	**3.**	**4.**	**5.**	**6.**	**7.**	**8.**	**9.**	**10.**	**11.**	**12.**
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1.	6,22	5,6	4,74	4,9	1,6	3,5	108,52	133,99	1,25	3,85	1,95	1,25
2.	6,28	6,3	7,39	4,65	2,3	5,26	103,78	130,51	2,13	2,43	1,68	2,13
3.	6,30	5,79	6,45	4,99	2,7	3,97	109,39	127,93	1,48	1,27	1,09	3,48
4.	6,31	6,23	10,87	5,12	3,23	7,58	108,07	135,15	3,29	4,52	2,17	3,29
5.	6,31	6,54	11,1	5,15	3,29	7,73	108,35	135,46	3,01	4,66	2,22	3,37
6.	6,39	6,55	8,31	4,78	2,55	7,5	109,92	131,75	2,44	2,99	1,66	2,44
7.	6,33	7,08	11,31	5,04	3,08	7,21	107,39	134,42	3,1	4,19	2,06	3,1
8.	6,33	6,09	13,33	5,44	3,89	9,22	111,11	138,44	4,11	6	2,57	2,68
9.	6,35	6,4	6,8	5,01	3,99	6,26	114,63	128,3	3,07	3,17	2,93	2,69
10.	6,35	5,62	9,3	5,49	3,25	7,77	109,59	131,69	1,47	5,13	2,08	2,78
11.	6,40	6,43	8,97	4,81	2	8,64	111,9	142,76	2,95	5,41	1,95	2,53
12.	6,41	6,55	6,56	5,02	2,62	7,06	106,1	134,04	2,58	5,59	1,42	1,61
13.	6,41	6,86	9,27	4,97	3,52	10,51	110,55	128,56	3,06	4,23	1,45	1,44
14.	6,41	6,27	9,56	5,23	4,18	7,29	109,1	130,41	2,99	4,3	1,92	3,33
15.	6,44	6,44	11,99	4,99	2,83	7,27	103,9	125,99	2,99	1,32	2,22	3,41
16.	6,44	6,52	8,07	5,09	3,14	4,65	105,64	133,88	3,79	2,07	2	2,12
17.	6,45	6,4	4,8	5,01	4,31	6,26	108,63	132,3	1,9	3,17	2,93	2,69
18.	6,46	5,62	5,3	5,49	2,28	7,77	106,59	133,69	3,4	5,13	2,28	2,78
19.	6,36	6,43	8,97	4,81	2,51	9,64	111,9	142,76	4,66	5,41	1,95	2,53
20.	6,46	6,51	6,56	5,02	2,73	7,06	106,1	134,04	2,68	5,59	1,42	1,61
21.	6,37	6,86	9,27	4,97	3,7	9,51	110,55	130,56	4,05	4,23	1,39	2,24
22.	6,41	6,27	9,56	5,23	2,86	5,29	109,1	130,41	2,71	4,3	1,92	3,33
23.	6,37	6,44	11,69	4,99	3,37	5,27	102,97	128,99	3,37	2,32	2,22	3,41
24.	6,38	6,42	8,07	5,28	3,03	4,65	106,64	128,88	3,05	2,07	2	2,12
25.	6,50	6,74	11,85	5,01	4,31	8,55	108,63	124,67	1,9	3,84	1,93	2,1
26.	6,40	5,89	10,09	5,49	2,28	10,89	104,59	133,83	3,04	2,92	2,18	3,14
27.	6,50	6,95	7,96	4,81	2,51	7,62	111,9	134,76	4,66	3,73	1,95	3,19
28.	6,51	6,38	9,94	5,02	2,75	6,15	106,1	135,58	2,68	5,75	1,42	2,67
29.	6,52	6,26	10,53	4,97	3,7	8,26	110,55	134,21	4,05	2,28	1,25	2,62
30.	6,52	6,48	8,55	4,83	2,86	4,63	103,1	135,42	2,71	4,15	2,22	1,68
31.	6,53	6,71	9,14	4,99	3,37	5,86	102,97	139,53	3,07	3,53	2	2,5
32.	6,55	7,09	11,49	4,88	3,03	7,57	106,64	131,45	3,65	4,67	1,73	3,98
33.	6,55	6,74	10,09	5,01	3,31	8,55	114,63	124,67	1,9	3,84	2,5	2,1
34.	6,56	5,89	7,96	4,79	2,28	9,5	104,59	128,17	3,14	2,92	1,71	3,14
35.	6,39	6,95	9,94	4,81	2,51	7,62	111,9	134,76	4,66	3,73	2,03	3,19

Продовження табл. 6

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
36.	6,42	7,38	10,53	5,02	2,88	6,15	106,1	135,58	2,68	4,75	2,25	2,67
37.	6,57	7,26	8,55	4,97	3,7	7,26	110,55	132,21	4,05	2,28	1,72	2,22
38.	6,42	6,48	9,14	5,23	2,86	4,63	103,1	135,42	2,71	4,15	2,4	1,68
39.		6,71	12,49	4,99	3,37	5,86	108,97	139,53	3,07	3,53	1,73	2,5
40.		7,09	11,85	5,28	3,03	7,57	106,64	131,45	3,65	4,67	2,5	3,98
41.		6,74	12,85	4,55	3,33	8,55	115,95	134,67	1,9	3,84	1,71	2,1
42.		5,89	10,09	4,38	2,28	7,89	111,76	125,83	3,14	2,92	2,03	3,14
43.		6,95	7,96	5,07	2,51	7,62	108,51	134,76	4,66	3,73	2,25	3,19
44.		7,38	9,94	4,43	1,73	6,15	106,44	135,58	2,68	6,75	1,72	3,27
45.		5,46	10,53	5,17	3,7	8,26	100,81	132,21	4,05	2,28	2,4	1,92
46.		7,48	8,55	4,56	2,86	4,63	108,64	135,42	2,71	4,15	2,9	1,68
47.		6,71	9,14	5,26	3,37	5,86	111,3	139,53	3,37	3,53	1,73	2,5
48.		7,09	12,49	5,22	3,03	7,57	109,43	131,45	3,65	4,67	2,5	3,98
49.		6,74	12,85	4,55	4,31	8,55	115,95	134,67	4,6	3,84		2,1
50.		6,49	10,09	4,38	2,28	10,89	111,76	135,83	3,44	2,92		3,14
51.			0,96		2,51							3,19
52.			0,97		1,73							3,27
53.					3,7							1,92
54.					2,86							1,68
55.					3,37							2,5
56.					3,03							3,98
57.					4,31							2,1
58.					2,28							3,14
Базовий розмір	6,4	6,5	9,5	5	3	7	110	130	3,1	3,8	2	2,6
Допуск	± 0,18	± 1	± 3,5	± 0,5	± 1,3	± 3,5	± 5	± 10	± 1,6	± 2,5	± 0,9	± 1,2

Таблиця 7. Варіанти завдань

№	**13.**	**14.**	**15.**	**16.**	**17.**	**18.**	**19.**	**20.**	**21.**	**22.**	**23.**	**24.**
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1.	0,463	65	135	95	0,331	19,83	0,39	13,26	0,407	43,76	0,562	41,99
2.	0,502	71	143	96	0,57	19,63	0,307	13,17	0,321	43,68	0,388	41,73
3.	0,707	67	124	103	0,252	19,76	0,418	13,29	0,328	43,68	0,499	41,89
4.	0,354	73	132	89	0,515	19,99	0,369	13,23	0,548	43,89	0,445	41,81
5.	0,438	68	104	72	0,342	19,84	0,251	13,11	0,287	43,65	0,536	41,95
6.	0,499	68	122	105	0,396	19,89	0,264	13,12	0,425	43,77	0,45	41,82
7.	0,564	72	134	85	0,224	19,74	0,421	13,29	0,426	43,77	0,453	41,83
8.	0,595	68	140	94	0,253	19,77	0,331	13,19	0,327	43,68	0,364	41,70
9.	0,47	67	129	91	0,525	20,00	0,276	13,14	0,4	43,75	0,564	41,99
10.	0,435	70	120	101	0,409	19,90	0,445	13,32	0,382	43,73	0,229	41,50

Продовження таблиці 7.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
11.	0,479	78	122	82	0,527	20,00	0,389	13,26	0,53	43,87	0,374	41,71
12.	0,428	74	124	91	0,381	19,87	0,391	13,26	0,45	43,80	0,447	41,82
13.	0,677	79	117	80	0,368	19,86	0,322	13,18	0,537	43,88	0,568	41,99
14.	0,424	65	123	93	0,2	19,72	0,364	13,23	0,24	43,60	0,275	41,56
15.	0,385	71	129	92	0,361	19,86	0,315	13,18	0,133	43,50	0,456	41,83
16.	0,391	70	121	91	0,449	19,93	0,283	13,14	0,556	43,89	0,588	42,02
17.	0,55	69	122	87	0,322	19,82	0,402	13,27	0,407	43,76	0,378	41,72
18.	0,621	69	125	101	0,538	20,01	0,266	13,12	0,359	43,71	0,363	41,69
19.	0,451	76	131	94	0,521	19,76	0,384	13,25	0,553	43,89	0,421	41,78
20.	0,581	71	127	98	0,549	19,76	0,183	13,04	0,246	43,61	0,5	41,90
21.	0,426	63	124	85	0,427	19,91	0,236	13,09	0,388	43,74	0,484	41,87
22.	0,439	77	137	82	0,394	19,88	0,513	13,39	0,402	43,75	0,637	42,10
23.	0,612	75	112	94	0,477	19,79	0,337	13,20	0,372	43,72	0,546	41,96
24.	0,285	74	131	86	0,421	19,87	0,42	13,29	0,358	43,71	0,327	41,64
25.	0,496	65	126	72	0,483	19,96	0,142	12,99	0,319	43,78	0,397	41,74
26.	0,306	70	128	89	0,454	19,94	0,285	13,14	0,414	43,76	0,356	41,68
27.	0,533	71	125	83	0,486	19,79	0,144	12,99	0,634	43,97	0,341	41,66
28.	0,584	68	129	100	0,534	19,83	0,472	13,35	0,275	43,63	0,34	41,66
29.	0,517	74	115	86	0,433	19,78	0,352	13,22	0,231	43,59	0,379	41,72
30.	0,456	69	147	85	0,351	19,85	0,401	13,27	0,375	43,73	0,379	41,72
31.	0,523	69	131	95	0,174	19,70	0,458	13,33	0,352	43,71	0,122	41,34
32.	0,403	66	112	95	0,408	19,90	0,311	13,17	0,331	43,69	0,534	41,94
33.	0,245	71	137	83	0,175	19,70	0,343	13,21	0,245	43,61	0,61	42,06
34.	0,458	69	119	87	0,311	19,81	0,467	13,34	0,278	43,64	0,308	41,61
35.	0,618	73	125	94	0,359	19,86	0,429	13,30	0,348	43,70	0,283	41,58
36.	0,343	74	120	93	0,35	19,85	0,479	13,35	0,505	43,85	0,382	41,72
37.	0,14	80	129	88	0,398	19,89	0,602	13,48	0,419	43,77	0,367	41,70
38.	0,441	69	125	77	0,318	19,82	0,294	13,15	0,496	43,84	0,333	41,65
39.	0,298	73	123	92	0,397	19,89	0,349	13,21	0,169	43,54	0,406	41,76
40.	0,296	76	127	103	0,28	19,79	0,484	13,36	0,333	43,69	0,348	41,67
41.	0,507	69	109	85	0,376	19,87	0,498	13,37	0,65	43,98	0,354	41,68
42.	0,416	69	118	90	0,553	20,02	0,299	13,16	0,412	43,76	0,375	41,71
43.	0,452	67	108	86	0,375	19,87	0,281	13,14	0,453	43,80	0,375	41,71
44.	0,227	67	133	86	0,498	19,97	0,536	13,41	0,477	43,82	0,419	41,78
45.	0,354	74	115	104	0,685	20,13	0,206	13,06	0,189	43,56	0,522	41,93
46.	0,315	68	135	85	0,304	19,81	0,271	13,13	0,323	43,68	0,46	41,84
47.	0,336	74	131	80	0,447	19,93	0,386	13,25	0,378	43,73	0,386	41,73
48.	0,431	60	137	95	0,238	19,75	0,23	13,09	0,493	43,84	0,451	41,82
49.	0,267	70	125	91	0,407	19,90	0,35	13,21	0,4	43,75	0,251	41,53
50.	0,338	66	135	93	0,422	19,91	0,54	13,42	0,472	43,82	0,352	41,68
51.	0,428	70	132	95	0,292	19,80	0,359	13,22	0,508	43,85	0,317	41,63

Продовження таблиці 7.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
52.	0,139	68	125	111	0,415	19,90	0,393	13,26	0,482	43,83	0,434	41,80
53.	0,175	64	132	95	0,268	19,78	0,42	13,29	0,528	43,87	0,506	41,90
54.	0,342	75	120	94	0,444	19,93	0,447	13,32	0,348	43,70	0,35	41,67
55.	0,612	78	129	94	0,258	19,77	0,382	13,25	0,525	43,87	0,445	41,81
56.	0,231	71	125	87	0,402	19,89	0,455	13,33	0,671	44,00	0,47	41,85
57.	0,213	70	123	89	0,325	19,83	0,292	13,15	0,573	43,91	0,546	41,96
58.	0,372	69	127	88	0,292	19,80	0,458	13,33	0,298	43,66	0,49	41,88
59.	0,123	73	132	87	0,351	19,85	0,538	13,42	0,27	43,63	0,474	41,86
60.	0,457	75	118	86	0,509	19,98	0,433	13,30	0,626	43,96	0,442	41,81
61.	0,349	74	133	89	0,397	19,89		13,18	0,534	43,87	0,342	41,66
62.	0,428	72	133	95	0,28	19,79		13,19	0,451	43,80	0,329	41,64
63.	0,51	80	135	93	0,376	19,87		13,24	0,498	43,84	0,206	41,46
64.	0,582	72	135	92	0,653	20,11		13,26	0,447	43,79	0,288	41,58
65.	0,662	69	131	88	0,375	19,87		13,29	0,451	43,80	0,238	41,51
66.	0,667	69	125	98	0,498	19,97		13,31	0,397	43,75	0,278	41,57
67.	0,669	71	135	102	0,585	20,05			0,511	43,85	0,501	41,90
68.	0,348	76	132	105	0,304	19,81			0,328	43,68	0,285	41,58
69.	0,427	68	125	99	0,447	19,93			0,485	43,83	0,149	41,38
70.	0,512	69	132	87	0,238	19,75			0,402	43,75	0,291	41,59
71.	0,592	75	120	89	0,334	19,83			0,448	43,79		41,44
72.	0,652	69	126	96	0,273	19,78			0,404			41,48
73.	0,657	73	115	94	0,351	19,85			0,358			41,51
74.	0,659		117	93	0,174	19,70			0,184			
75.			118	87	0,66	19,95			0,535			
76.			118	88		20,03			0,397			
77.			132	86		19,96			5,53			
78.			134	90		20,05						
79.			11	93		20,11						
80.			157	93		20,09						
81.			152	97								
82.				98								
83.				87								
84.				105								
85.				109								
86.				109								
Базов. розмір	0,45	70	130	90	0,39	19,9	0,37	13,2	0,4	43	0,4	42
Допуск	± 0,25	± 10	± 25	± 20	± 0,25	± 0,25	± 0,2	± 0,2	± 0,25	± 0,25	± 0,25	± 0,4

Зміст звіту

1. Титульна сторінка
2. Зміст задачі згідно варіанту
3. Розв’язання задачі
4. Висновок

Перелік контрольних запитань

1. Що таке система?
2. Системи типу «об’єкт» та «процес».
3. Причини дослідження системи типу процес імовірнісно-статистичним методом.
4. Задачі, що вирішуються при дослідження технічних систем типу «процес».
5. Поняття генеральної та вибіркової сукупності. Що таке вибіркове спостереження. Для чого і в яких випадках його використовують?
6. Поясність терміни «середнє значення», дисперсія», «середнє квадратичне відхилення».
7. Що таке «грубі похибки» і чому вони виникають?
8. Які способи виключення грубих похибок із вибірки?
9. Суть методу Гребса при виявленні грубих помилок.
10. Суть методу Ірвіна при виявленні грубих помилок.
11. Суть методу Романовського при виявленні грубих помилок.
12. Вкажіть порядок групування дослідних даних
13. Що таке гістограма розподілу? Як вона будується?
14. Що таке полігон розподілу? Як він будується?
15. Як визначається кількість та ширина інтервалів?
16. Що таке розмах вибірки, як він визначається?
17. Що таке абсолютна та відносна частоти потраплянь в інтервал? Як вони визначаються?
18. В чому полягає задача зглажування дослідних даних?
19. В чому суть центральної граничної теореми теорії ймовірностей за формулюванням Ляпунова?
20. Наведіть формули густини (щільності) та функції нормального

розподілу.

21. Як перевіряють гіпотезу про теоретичний і статистичний закони розподілу. Від чого залежить підбір теоретичного закону розподілу?
22. Суть критерію Колмогорова-Смірнова.
23. Суть критерію Пірсона χ^2.
24. Як визначається коефіцієнт точності технічної системи. Які він може набувати значення
25. Що таке коефіцієнт зміщення при налагодженні?
26. Вимоги забезпечення функціональної точності технічної системи.
27. Як визначається комплексний показник точності технічної системи? Яких він може набувати значень?
28. Як і для чого визначається імовірність нестабільності технологічного процесу?

Список використаної літератури

1. Пальчевський П. О. Дослідження технологічних систем: Моделювання. Проектування. Оптимізація: Навч. пос. / Пальчевський П.О. –Львів: Світ, 2001. – 232с.

2. Таблиці функцій та критичних точок розподілів. Розділи: Теорія ймовірностей. Математична статистика. Математичні методи в психології. / Укладач: М. М. Горонескуль. – Х.: УЦЗУ, 2009. – 90 с

3. Томашевський В.М. Моделювання систем / В.М. Томашевський. – К.: Видавнича група ВНУ, 2005. – 352 с.

4. Колкер Я. Д. Математический анализ точности механической обработки деталей. / Я. Д. Колкер // Киев : Техника – 1979. – 200с.

5. Вентцель Е. С. Теория вероятностей. / Е. С. Вентцель, Л. А. Овчаров. – М. : Наука, 1969. – 432 с.

6. Кузнецов Ю.М. Теорія технічних систем / Кузнєцов Ю. М., Новосьолов Ю. К., Луців І. В. – Севастополь : СевНТУ, 2011. – 245с.

7. Кузнєцов Ю. М. Теорія технічних систем / Ю. М. Кузнєцов, І. В. Луців, С. А. Дубиняк. – К. ; Тернопіль, 1997. – 310 с.

ДОДАТКИ

Додаток 1

Критичне значення критерію Гребса t'_k при α=5%

n	20	25	30	35	40	50	75	100
t'_k	2,620	2,717	2,792	2,839	2,904	2,956	3,102	3,187

Додаток 2

Значення критерію Ірвіна $\lambda_{0,95}$

n	20	30	50	100	400	1000
$\lambda_{0,95}$	1,3	1,2	1,1	1,0	0,9	0,8

Додаток 3

Допустиме значення критерію Романовського t'_β при α=5%

n	20	25	30	40	50	120
t'_β	2,14	2,10	2,08	2,05	2,02	1,99

Додаток 4

Рекомендовані числа інтервалів *f*

n	25-40	40-60	60-100	100	100-160	160-250	250-400	400-630	630-100
f	6	7	8	10	11	12	13	14	15

Додаток 5.

Критичні значення критерію λ Колмогорова-Смірнова (зіставлення двох емпіричних розподілів)

λ	λ, соті долі									
	0	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
	Рівень статистичної значущості ***P(λ)***									
0,3	0,99999	0,99998	0,99995	0,99991	0,99983	0,99970	0,99949	0,99917	0,99872	0,99807
0,4	99719	99603	99452	99262	99027	98741	98400	97998	97532	96998
0.5	96394	95719	94969	94147	93250	92282	91242	90134	88960	87724
0.6	86428	85077	83678	82225	80732	79201	77636	76042	74422	72781
0,7	71124	69453	67774	66089	64402	62717	61036	59363	57700	56050
0,8	54414	52796	51197	49619	48063	46532	45026	43545	42093	40668
0,9	39273	37907	36571	35266	33992	32748	31536	30356	29206	28087
1,0	27000	25943	24917	23922	22957	22021	21114	20236	19387	18566
1,1	17772	17005	16264	15550	14861	14196	13556	12939	12345	11774
1,2	11225	10697	10190	09703	09235	08787	08357	07944	07550	07171
1,3	06809	06463	06132	05815	05513	05224	04949	04686	04435	04196
1,4	03968	03751	03545	03348	03162	02984	02815	02655	02503	02359
1,5	02222	02092	01969	01852	01742	01638	01539	01446	01357	01274
1,6	01195	01121	01051	00985	00922	00864	00808	00756	00707	00661
1,7	00618	00577	00539	00503	00469	00438	00408	00380	00354	00330
1,8	00307	00285	00265	00247	00229	00213	00198	00186	00170	00158
1,9	00146	00136	00126	00116	00108	00100	00092	00085	00079	00073
2,0	00067	00062	00057	00053	00048	00045	00041	00038	00035	00032
2,1	00030	00027	00025	00023	00021	00019	00018	00016	00015	00014
2,2	00013	00011	00010	00010	00009	00008	00007	00007	00006	00006
2,3	00005	00005	00004	00004	00004	00003	00003	00003	00002	00002
2,4	00002	00002	00002	00001	00001	00001	00001	00001	00001	00001

Додаток 6

Таблиця значень функції $\varphi(t)=\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}}\cdot e^{-\frac{t^2}{2}}$

t	Соті частини									
Цілі та десяті частини	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
0,0	0,39894	0,39892	0,39886	0,39876	0,39862	0,39844	0,39822	0,39797	0,39767	0,39733
0,1	39695	39654	39608	39559	39505	39448	39387	39322	39253	39181
0,2	39104	39024	38940	38853	38762	38667	38568	38466	38361	38251
0,3	38139	38023	37903	37780	37654	37524	37391	37255	37115	36973
0,4	36827	36678	36526	36371	36213	36053	35889	35723	35553	35381
0,5	35207	35029	34849	34667	34482	34294	34105	33912	33718	33521
0,6	33322	33121	32918	32713	32506	32297	32086	31874	31659	31443
0,7	31225	31006	30785	30563	30339	30114	29887	29659	29431	29200
0,8	28969	28747	28504	28269	28034	27798	27562	27324	27086	26848
0,9	26609	26369	26129	25888	25647	25406	25164	24923	24681	24439
1,0	0,24197	23955	23713	23471	23230	22988	22747	22506	22265	22025
1,1	21785	21546	21307	21069	20831	20594	20357	20121	19886	19652
1,2	19419	19186	18954	18724	18494	18265	18037	17810	17585	17360
1,3	17137	16915	16694	16474	16256	16038	15822	15608	15395	15183
1,4	14973	14764	14556	14350	14146	13943	13742	13542	13344	13147
1,5	12952	12758	12566	12376	12188	12001	11816	11632	11450	11270
1,6	11092	10915	10741	10567	10396	10226	10059	09893	09728	09566
1,7	09405	09246	09089	08933	08780	08628	08478	08329	08183	08038
1,8	07895	07754	07614	07477	07341	07206	07074	06943	06814	06687
1,9	06562	06438	06316	06195	06077	05959	05844	05730	05618	05508
2,0	0,05399	05292	05186	05082	04980	04879	04780	04682	04586	04491
2,1	04398	04307	04217	04128	04041	03955	03871	03788	03706	03626
2,2	03547	03470	03394	03319	03246	03174	03103	03034	02965	02898
2,3	02833	02768	02705	02643	02582	02522	02463	02406	02349	02294
2,4	02239	02186	02134	02083	02033	01984	01936	01888	01842	01797
2,5	01753	01709	01667	01625	01585	01545	01506	01468	01431	01394
2,6	01358	01323	01289	01256	01223	01191	01160	01130	01100	01071
2,7	01042	01014	00987	00961	00935	00909	00885	00861	00837	00814
2,8	00792	00770	00748	00727	00707	00687	00668	00649	00631	00613
2,9	00595	00578	00562	00545	00530	00514	00499	00485	00470	00457
3,0	0,00440	00430	00420	00400	00390	00380	00370	00360	00350	00340
3,1	00330	00320	00310	0030	00290	00280	00270	00260	00250	00250
3,2	00240	00230	00220	00220	00210	00200	00200	00190	0018	00180
3,3	00170	00170	00160	00160	00150	00150	00140	00140	00130	00130
3,4	00120	00120	00120	00110	00110	00100	00100	00100	00090	00090
3,5	00090	00080	00080	00080	00080	00070	00070	00070	00070	00060
3,6	00060	00060	00060	00050	00050	00050	00050	00050	00050	00040
3,7	00040	00040	00040	00040	00040	00040	00030	00030	00030	00030
3,8	00030	00030	00030	00030	00030	00020	00020	00020	00020	00020
3,9	00020	00020	00020	00020	00020	00020	00020	00020	0001	00010

Додаток 7.

Квантилі χ^2 розподілу Пірсона

k	P(X)													
	0,99	0,98	0,95	0,90	0,80	0,70	0,50	0,30	0,20	0,10	0,05	0,02	0,01	0,001
1	0,000	0,001	0,004	0,016	0,064	0,148	0,455	1,074	1,642	2,71	3,84	5,41	6,64	10,83
2	0,020	0,040	0,103	0,211	0,446	0,713	1,386	2,41	3,22	4,60	5,99	7,82	9,21	13,82
3	0,115	0,185	0,352	0,584	1,005	1,424	2,37	3,66	4,64	6,25	7,82	9,84	11,34	16,27
4	0,297	0,429	0,711	1,064	1,649	2,20	3,36	4,88	5,99	7,78	9,49	11,67	13,28	18,46
5	0,554	0,752	1,145	1,610	2,34	3,00	4,35	6,06	7,29	9,24	11,07	13,39	15,09	20,5
6	0,872	1,134	1,635	2,20	3,07	3,83	5,35	7,23	8,56	10,64	12,59	15,03	16,81	22,5
7	1,239	1,564	2,17	2,83	3,82	4,67	6,35	8,38	9,80	12,02	14,07	16,62	18,48	24,3
8	1,646	2,03	2,73	3,49	4,59	5,53	7,34	9,52	11,03	13,36	15,51	18,17	20,1	26,1
9	2,09	2,53	3,32	4,17	5,38	6,39	8,34	10,66	12,24	14,68	16,92	19,68	21,7	27,9
10	2,56	3,06	3,94	4,86	6,18	7,27	9,34	11,78	13,44	15,99	18,31	21,2	23,2	29,6
11	3,05	3,61	4,58	5,58	6,99	8,15	10,34	12,90	14,63	17,28	19,68	22,6	24,7	31,3
12	3,57	4,18	5,23	6,30	7,81	9,03	11,34	14,01	15,81	18,55	21,0	24,1	26,2	32,9
13	4,11	4,76	5,89	7,04	8,63	9,93	12,34	15,12	16,98	19,81	22,4	25,5	27,7	34,6
14	4,66	5,37	6,57	7,79	9,47	10,82	13,34	16,22	18,15	21,1	23,7	26,9	29,1	36,1
15	5,23	5,98	7,26	8,55	10,31	11,72	14,34	17,32	19,31	22,3	25,0	28,3	30,6	37,7
16	5,81	6,61	7,96	9,31	11,15	12,62	15,34	18,42	20,5	23,5	26,3	29,6	32,0	39,3
17	6,41	7,26	8,67	10,08	12,00	13,53	16,34	19,51	21,6	24,8	27,6	31,0	33,4	40,8
18	7,02	7,91	9,39	10,86	12,86	14,44	17,34	20,6	22,8	26,0	28,9	32,3	34,8	42,3
19	7,63	8,57	10,11	11,65	13,72	15,35	18,34	21,7	23,9	27,2	30,1	33,7	36,2	43,8
20	8,26	9,24	10,85	12,44	14,58	16,27	19,34	22,8	25,0	28,4	31,4	35,0	37,6	45,3
21	8,90	9,92	11,59	13,24	15,44	17,18	20,3	23,9	26,2	29,6	32,7	36,3	38,9	46,8
22	9,54	10,60	12,34	14,04	16,31	18,10	21,3	24,9	27,3	30,8	33,9	37,7	40,3	48,3
23	10,20	11,29	13,09	14,85	17,19	19,02	22,3	26,0	28,4	32,0	35,2	39,0	41,6	49,7
24	10,86	11,99	13,85	15,66	18,06	19,94	23,3	27,1	29,6	33,2	36,4	40,3	43,0	51,2
25	11,52	12,70	14,61	16,47	18,94	20,9	24,3	28,2	30,7	34,4	37,7	41,7	44,3	52,6
26	12,20	13,41	15,38	17,29	19,82	21,8	25,3	29,2	31,8	35,6	38,9	42,9	45,6	54,1
27	12,88	14,12	16,15	18,11	20,7	22,7	26,3	30,3	32,9	36,7	40,1	44,1	47,0	55,5
28	13,56	14,35	16,93	18,94	21,6	23,6	27,3	31,4	34,0	37,9	41,3	45,4	48,3	56,9
29	14,26	15,57	17,71	19,77	22,5	24,6	28,3	32,5	35,1	39,1	42,6	46,7	49,6	58,3
30	14,95	16,31	18,49	20,6	23,4	25,5	29,3	33,5	36,2	40,3	43,8	48,0	50,9	59,7

Додаток 8

Значення нормованої функції Лапласа

t	$2\Phi[t]$	$\Phi[t]$	t	$2\Phi[t]$	$\Phi[t]$	t	$2\Phi[t]$	$\Phi[t]$
0,00	0,0000	0,0000	0,85	0,6047	0,3025	2,50	0,9876	0,4940
0,05	0,0399	0,0200	0,90	0,6319	0,3160	2,60	0,9907	0,4955
0,10	0,0797	0,0400	0,95	0,6579	0,3290	2,70	0,9931	0,4965
0,15	0,1192	0,0595	1,00	0,6827	0,3415	2,80	0,9949	0,4975
0,20	0,1585	0,0795	1,20	0,7599	0,3850	2,90	0,9962	0,4980
0,25	0,1974	0,0985	1,30	0,8064	0,4032	3,00	0,9973	0,4986
0,30	0,2358	0,1180	1,40	0,8385	0,4190	3,10	0,9973	0,4986
0,40	0,3108	0,1555	1,60	0,8904	0,4450	3,30	0,9990	0,4995
0,50	0,3829	0,1929	1,80	0,9281	0,4640	3,50	0,9995	0,4997
0,60	0,4514	0,2255	2,00	0,9545	0,4775	3,70	0,9998	0,4999
0,70	0,5161	0,2580	2,20	0,9722	0,4860	4,00	0,9999	0,4999
0,80	0,5763	0,2880	2,40	0,9836	0,4920	5,00	0,9999	0,4999

Міністерство освіти і науки України
Тернопільський національний технічний університет
імені Івана Пулюя

Кафедра конструювання верстатів
інструментів та машин

ЗВІТ

з практичної роботи №__

на тему:

«Статистичний аналіз точності функціонування технічної системи типу «процес»

Роботу виконав :
*ст. гр.*________

____

Роботу прийняв :

____

Тернопіль, 2016